

| | |
|---------------|---|
| Title | 補助変数ヲ含ム函數方程式 |
| Author(s) | 福原, 満洲雄 |
| Citation | 全国紙上数学談話会. 99 p.3-p.5 |
| Issue Date | 1936-07-24 |
| oaire:version | VoR |
| URL | https://doi.org/10.18910/74372 |
| rights | |
| Note | |

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

447. 補助変数ヲ含ム函数方程式

福原 満洲 雄 (北大)

補助変数ヲ含ム微分方程式ヲ述ベタ結果ハ未ダ十分デナイ, 即チ

$$\int_0^x K(x) \frac{\log \eta(x)}{\eta(x)} dx = O\left(\frac{r(x)}{\eta(x)}\right)$$

ナル條件ハ

$$\int_0^x \frac{K(x)}{\eta(x)} dx = O\left(\frac{r(x)}{\eta(x)}\right)$$

ヲ置換ヘルコトが出来ル、序デアルカラモット一般ナ形デ此ノ問題ヲ扱ツテ置カウ。

R ヲ *espace linéaire, normé et complet*
(Banachノ空間) デ, 考ヘヲハツキリサセルタメ, R ノ点
 y ト複素数 λ トノ積 λy ガ定義サレタキルモノトスル, \mathfrak{B} ハ

複素数平面 = 於ケル連結集合ヲ, $D \subset (R \times \mathcal{B})$ = 於ケル開
集合トスル、(今後特ニ断リガナケレバ開、閉等ノ語ハ

$(R \times \mathcal{B})$ = 對テ使ツテキルノデアル)。一般ニ集合 A ノ閉
被 $((R \times \mathcal{B}) = 於ケル)$ ヲ \overline{A} ヲ, λ が同ジ値ヲ持ツ A ノ点ノ
集合ヲ A^λ ヲ表ハス。 $F(y, \lambda)$ が \overline{D} ヲ定義サレタ値域ガ
 R = 属スル函数デアルトキ

$$(1) \quad \Phi_\lambda(y) \equiv y - F(y, \lambda) = 0$$

ナル方程式ヲ考ヘル, $F(y, \lambda)$ ハ次ノ諸條件ヲ満たスモノ
トスル。

1° $F(y, \lambda)$ ハ \overline{D}^λ = 於イテ完全連続 (vollstetig),
即チ \overline{D}^λ = 於イテ連続ヲ, ソノ像 $F(\overline{D}^\lambda)$ が緊ツラキル。

2° $F(y, \lambda)$ ハ λ = 関シテ同程度連続, 即チ正ノ数 ε
及ビ \mathcal{B} ノ点 λ_0 が與ヘラレタトキ, y = 關係シナイ正ノ数
 δ がテツテ, $(y, \lambda_0), (y, \lambda)$ が \overline{D} = 属シ, $|\lambda - \lambda_0| < \delta$ ナ
ル時 $|F(y, \lambda) - F(y, \lambda_0)| < \varepsilon$ トナル。

3° $(1) \cap D$ ノ縁ノ上ニ解ヲ持タナイ。

4° $F(y, \lambda)$ ハ D = 於イテ微分 $\delta F = G(y, \lambda; \delta y, \delta \lambda)$
ヲ持ツ。

即チ $G(y, \lambda; \delta y, \delta \lambda)$ ハ $\delta y, \delta \lambda$ = 関シテ線形ヲ, 正ノ
数 ε 及ビ D ノ点 (y, λ) が與ヘラレタトキ正ノ数 ρ ヲ適當
ニ取ツテ

$$F(y + \delta y, \lambda + \delta \lambda) = F(y, \lambda) + G(y, \lambda; \delta y, \delta \lambda) + \Delta(y, \lambda; \delta y, \delta \lambda)$$

ト置イタトキ, $\|\delta y\| < \rho, |\delta \lambda| < \rho, (y + \delta y, \lambda + \delta \lambda) \in D$
ナラバ

$$\|\Delta(y, \lambda; \delta y, \delta \lambda)\| < \varepsilon (\|\delta y\| + |\delta \lambda|)$$

が成立スルヤウ = 出来ル。

5° 微分 $G(y, \lambda; \delta y, \delta \lambda)$ ハ完全連続ナル、即チ正ノ数 ε 及ビ D ノ点 (y, λ) が與ヘラレタトキ、正ノ数 ρ テ適當ニ取ツテ $\|y - z\| < \rho, |\lambda - \mu| < \rho, (z, \mu) \in D$ ナラバ

$$\|G(y, \lambda; \delta y, \delta \lambda) - G(z, \mu; \delta y, \delta \lambda)\| < \varepsilon (\|\delta y\| + |\delta \lambda|)$$

が成立スルヤウ = 出来、 $G(y, \lambda; \delta y, \delta \lambda)$ テ $(\delta y, \delta \lambda)$ ノ函数ト考ヘタトキ完全連続

6° (y, λ) が \bar{D} ノ点デアルトキ z = 關スル線形方程式

$$(2) \quad z - G_1(y, \lambda; z) = 0$$

ノ解ハ $z = 0$ = 限ル。

但シ

$$G(y, \lambda; z, 0) = G_1(y, \lambda; z), \quad G(y, \lambda; 0, 1) = G_2(y, \lambda)$$

ト置ク、ソノ時結論ハ次ノヤウナル。

(1) ハ Ω = 屬スルスベテノ λ = 對シテ m 個ノ解 $\varphi_1(\lambda), \dots, \varphi_m(\lambda)$ テ持ツ、 m ハ有限デ λ = 關係シナイ。

$\varphi_1(\lambda), \dots, \varphi_m(\lambda)$ ハ Ω = 於テ連続ナルが一價ナルトハ限テナイ (Ω が單一連結ナラバ各が一價函数ナル)、 $\varphi_1(\lambda), \dots, \varphi_m(\lambda)$ ノ中ノ勝手ナ一ツヲ $\varphi(\lambda)$ テ表ハセバ $\varphi(\lambda)$ ハ λ = 關シテ微分スルコトが出来ル、 $z = \varphi'(\lambda)$

ハ

$$(3) \quad z = G_1(\varphi(\lambda), \lambda; z) + G_2(\varphi(\lambda), \lambda)$$